

**Câu 1 (1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-3}$ .

**Câu 2 (1,0 điểm).** Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 2$ , biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng  $d: 9x - y - 7 = 0$ .

**Câu 3 (1,0 điểm).**

a) Giải phương trình  $\log_2(x-3) - \log_1(x-2) = 1$ .

b) Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $(1+2i)z + (1-2\bar{z})i = 1+3i$ . Tính môđun của  $z$ .

**Câu 4 (1,0 điểm).** Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{9 - \cos^2 x} dx$ .

**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y + z - 3 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$ . Tìm tọa độ giao điểm  $A$  của  $d$  với  $(P)$  và lập phương trình mặt phẳng  $(Q)$  chứa đường thẳng  $d$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).**

a) Giải phương trình  $2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\cos 2x = 1$ .

b) Giải bóng đá Công đoàn cụm các trường THPT Đông Anh quy tụ 6 đội bóng đá Nam gồm: Liên Hà, Cổ Loa, Đông Anh, Bắc Thăng Long, Vân Nội và An Dương Vương. Các đội chia thành 2 bảng A và B, mỗi bảng 3 đội. Việc chia bảng được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để hai đội Liên Hà và Cổ Loa nằm ở hai bảng khác nhau.

**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 2a$ ,  $AD = a$ ,  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên đường chéo  $AC$ , các điểm  $H, M$  lần lượt là trung điểm của  $AK$  và  $DC$ ,  $SH = \frac{2a\sqrt{10}}{5}$  và  $SH$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $MH$ .

**Câu 8 (1,0 điểm).** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $4\sqrt{5}$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là các điểm trên cạnh  $AD, AB$  sao cho  $AM = AN$ , điểm  $H(-\frac{12}{13}; \frac{70}{13})$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên đường thẳng  $BM$ . Điểm  $C(-8; 2)$ , điểm  $N$  thuộc đường thẳng  $x - 2y = 0$ . Tìm tọa độ các điểm  $A, B, D$ .

**Câu 9 (1,0 điểm).** Tìm tham số  $m$  để hệ phương trình sau có nghiệm thực

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2x + y + 1 = \sqrt{y+1} - \sqrt{x} \\ \sqrt{2x^2 - my} = y + 1 + \sqrt{x-1} \end{cases}$$

**Câu 10 (1,0 điểm)** Cho  $a, b, c$  là các số dương thay đổi, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

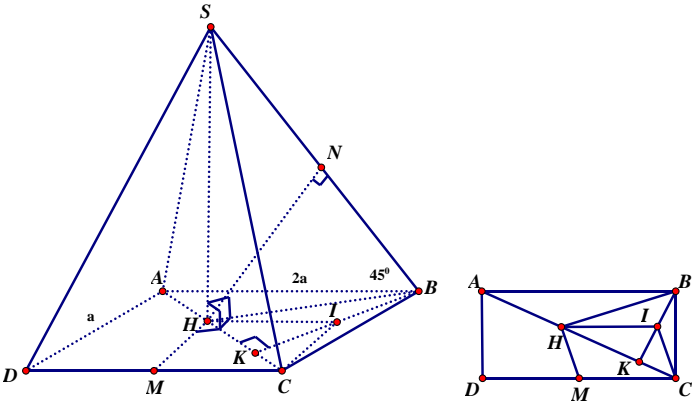
$$F = \frac{1}{3a+4b+4\sqrt{ac}} + \frac{1}{3a+2b+6\sqrt[3]{abc}} - \frac{1}{\sqrt{7(a+b+c)}}$$

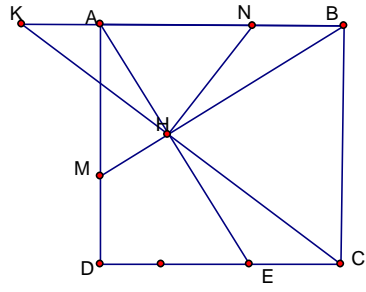
-----Hết-----

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016**  
**Môn: TOÁN**

Câu	Đáp án	Điểm												
1 (1,0đ)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$ .	1,00												
	<div>♥ Tập xác định: <math>D = \mathbb{R} \setminus \{3\}</math></div> <div>♥ Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: <math>y' = \frac{-5}{(x-3)^2}</math>; <math>y' &lt; 0, \forall x \in D</math>.</div> <div>Hàm số nghịch biến trên từng khoảng <math>-\infty; 3</math> và <math>3; +\infty</math>.</div>	0,25												
	<div>♥ - Giới hạn và tiệm cận:</div> <div><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow</math> tiệm cận ngang: <math>y = 2</math></div> <div><math>\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty \Rightarrow</math> tiệm cận đứng: <math>x = 3</math></div>	0,25												
	<div>- Bảng biến thiên:</div> <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>3</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td colspan="3"><math>-</math></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>2</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>2</math></td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$	$y'$	$-$			$y$	$2$	$+\infty$	$2$	0,25
	$x$	$-\infty$	$3$	$+\infty$										
$y'$	$-$													
$y$	$2$	$+\infty$	$2$											
<div>♥ Đồ thị:</div> <div>+ Giao điểm với các trục: <math>Oy : x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3} : \left(0; \frac{1}{3}\right)</math> và <math>Ox : y = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2}; 0\right)</math></div> <div>Đồ thị cắt các trục tọa độ tại <math>\left(0; \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{2}; 0\right)</math>.</div> <div>+ Tính đối xứng: Đồ thị nhận giao điểm <math>I(3; 2)</math> của hai tiệm cận làm tâm đối xứng.</div>	0,25													

2 (1,0đ)	Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ , biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 9x - y - 7 = 0$ .	1,00
	*Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ * $y'(x_0) = 3x_0^2 + 6x_0$ *Tiếp tuyến của đồ thị (C) có phương trình dạng: $y = y'(x_0)(x - x_0) + y(x_0)$  $\Leftrightarrow y = (3x_0^2 + 6x_0)(x - x_0) + x_0^3 + 3x_0^2 - 2$ (*) (trong đó $x_0 \in D$ là hoành độ tiếp điểm)	0,25
	*Tiếp tuyến (*) song song với $d$ nên $3x_0^2 + 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -3 \end{cases}$	0,25
	♥ Với $x_0 = 1$ , phương trình tiếp tuyến là $y = 9x - 7$ (loại)	0,25
	♥ Với $x_0 = -3$ , phương trình tiếp tuyến là $y = 9x + 25$ (thỏa mãn)	0,25
3 (1,0đ)	a) Giải bất phương trình $\log_2(x-3) - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = 1$ (1)	0,50
	♥ Điều kiện: $x > 3$ . Khi đó: $(1) \Leftrightarrow \log_2[(x-3)(x-2)] = 1 \Leftrightarrow (x-3)(x-2) = 2$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 4$	0,25
	♥ Kết hợp với điều kiện $x > 3$ ta có nghiệm của phương trình (1) là $x = 4$ .	
	b) Cho số phức $z$ thỏa mãn điều kiện $(1+2i)z + (1-2\bar{z})i = 1+3i$ . Tính môđun của $z$ .	0,50
	♥ Đặt $z = a+bi$ , $a, b \in \mathbb{R}$ ta có: $(1+2i)z + (1-2\bar{z})i = 1+3i \Leftrightarrow a-4b + (b+1)i = 1+3i \Leftrightarrow \begin{cases} a-4b=1 \\ b+1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=9 \\ b=2 \end{cases}$	0,25
4 (1,0đ)	♥ Vậy môđun của $z$ là $ z  = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9^2 + 2^2} = \sqrt{85}$ .	0,25
	Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{9 - \cos^2 x} dx$	1,00
	♥ Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$	0,25
	♥ $x = 0 \Rightarrow t = 1$ ; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0$	0,25
	♥ Suy ra: $I = -\int_1^0 \frac{1}{9-t^2} dt = \frac{1}{6} \int_0^1 \left( \frac{1}{3+t} + \frac{1}{3-t} \right) dt$	0,25
5 (1,0đ)	$= \frac{1}{6} (\ln 3+t  - \ln 3-t ) \Big _0^1 = \frac{1}{6} \ln 2.$	0,25
	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ , cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$ . Tìm tọa độ giao điểm $A$ của $d$ với $(P)$ và lập phương trình tham số của đường thẳng $\Delta$ đi qua điểm $A$ , vuông góc với đường thẳng $d$ và nằm trong mặt phẳng $(P)$ .	1,00
5 (1,0đ)	♥ Tọa độ của điểm $A$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y = 1 \\ y - z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \\ z = 2 \end{cases}.$	0,25

	♥ Suy ra $A(-3;4;2)$ .	0,25
	♥ Mặt phẳng $(P)$ có VTPT là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;1;1)$ ; đường thẳng $d$ có VTCP là $\overrightarrow{u_d} = (-1;1;1)$ $(Q)$ có vtpt là $\overrightarrow{n_Q} = [\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{u_d}] = \left( \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \right) = (0; -2; 2)$	0,25
	Vậy mặt phẳng $(Q)$ có phương trình là: $y - z + 7 = 0$	0,25
6 (1,0đ)	a) Giải phương trình $2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\cos 2x = 1$ (1)	0,50
	♥ Ta có: $1 \Leftrightarrow 2\sin 2x \cos \frac{\pi}{3} + 2\cos 2x \sin \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}\cos 2x = 1$ $\Leftrightarrow \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x - \sqrt{3}\cos 2x = 1$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$	0,25
	b) Giải bóng đá Công Đoàn cụm các trường THPT Đông Anh quy tụ 6 đội bóng đá Nam gồm: Liên Hà, Cổ Loa, Đông Anh, Bắc Thăng Long, Vân Nội và An Dương Vương. Các đội chia thành 2 bảng A, B, mỗi bảng 3 đội. Việc chia bảng được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để hai đội tuyển Liên Hà và Cổ Loa nằm ở hai bảng khác nhau.	0,50
	♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $ \Omega  = C_6^3 C_3^3 = 20$ .	0,25
	Gọi A là biến cố: “Đội Liên Hà và đội Cổ Loa nằm ở hai bảng khác nhau”. Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $ \Omega_A  = 2!C_4^2 C_2^2 = 12$ ♥ Vậy xác suất cần tính là $P_A = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ .	0,25
7 (1,0đ)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$ , $AD = a$ , $K$ là hình chiếu vuông góc của $B$ lên đường chéo $AC$ , các điểm $H, M$ lần lượt là trung điểm của $AK$ và $DC$ , $SH = \frac{2a\sqrt{10}}{5}$ và $SH$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ . Tính theo $a$ thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $SB$ và $MH$ .	1,00
		0,25
	* $SH \perp (ABCD) \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD}$ * $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2a^2$	0,25
	♥ Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{4a^3\sqrt{10}}{15}$ .	0,25

	<p>♥ Gọi <math>I</math> là trung điểm của <math>BK</math>, suy ra tứ giác <math>HICM</math> là hình bình hành  Suy ra: <math>HI \perp BC \Rightarrow I</math> là trực tâm tam giác <math>BHC \Rightarrow CI \perp HB \Rightarrow MH \perp HB</math>  Mà <math>HB</math> là hình chiếu của <math>SB</math> lên <math>(ABCD)</math> nên <math>MH \perp SB</math>.</p>	0,25
	<p>♥ Trong <math>(SHB)</math>, kẻ <math>HN \perp SB</math> (<math>N \in SB</math>), ta có:</p> $\begin{cases} MH \perp HB \\ MH \perp SH \end{cases} \Rightarrow MH \perp HN$ <p>Suy ra <math>HN</math> là đoạn vuông góc chung của <math>SB</math> và <math>MH</math>. Suy ra: <math>d(SB, MH) = HN</math></p> <p>Xét tam giác vuông <math>SHB</math> ta có: <math>HN = \frac{1}{2}SB = \frac{1}{2}HB \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{2} \frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \sqrt{2} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}</math></p> <p>Vậy <math>d(SB, MH) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}</math>.</p>	0,25
8 (1,0đ)	<p>Trên mặt phẳng tọa độ <math>Oxy</math>, cho hình vuông <math>ABCD</math> có cạnh bằng <math>4\sqrt{5}</math>. Gọi <math>M, N</math> lần lượt là các điểm trên cạnh <math>AD, AB</math> sao cho <math>AM = AN</math>, điểm <math>H(-\frac{12}{13}; \frac{70}{13})</math> là hình chiếu vuông góc của <math>A</math> trên đường thẳng <math>BM</math>. Điểm <math>C(-8; 2)</math>, điểm <math>N</math> thuộc đường thẳng <math>x - 2y = 0</math>. Tìm tọa độ các điểm <math>A, B, D</math>.</p>	1,00
		
	<p>* <math>\triangle DAE = \triangle ABM \Rightarrow DE = AM = AN \Rightarrow NB = CE \Rightarrow</math> tứ giác NBCE là hình chữ nhật nội tiếp đường tròn đường kính NC (1)  *Tứ giác BCEH nội tiếp đường tròn (2)  Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm B, C, E, H, N cùng thuộc đường tròn đường kính NC  <math>\Rightarrow HN \perp HC</math></p>	0,25
	<p>* Đường thẳng HN đi qua H và có vptpt <math>\overrightarrow{CH} = (\frac{92}{13}; \frac{44}{13})</math> cùng phương <math>n(23; 11)</math>  <math>\Rightarrow (NH) : 23x + 11y - 38 = 0</math></p> <p>* Tọa độ N là nghiệm của hpt <math>\begin{cases} 23x + 11y - 38 = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow N(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}) \Rightarrow NC = \frac{20\sqrt{2}}{3}</math></p>	0,25
	<p>* <math>NB = \sqrt{NC^2 - CB^2} = \frac{4\sqrt{5}}{3} \Rightarrow AM = AN = AB - NB = \frac{8\sqrt{5}}{3}</math></p> <p>* <math>\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{8\sqrt{65}}{13}, AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} \Rightarrow AE = \frac{4\sqrt{65}}{3}</math>  <math>\Rightarrow \frac{AH}{AE} = \frac{6}{13} \Rightarrow \frac{HA}{HE} = \frac{6}{7}</math></p> <p>* <math>\triangle HAK \sim \triangle HEC \Rightarrow \frac{HK}{HC} = \frac{AK}{EC} = \frac{6}{7} \Rightarrow HK = -\frac{6}{7}HC</math> và <math>AK = -\frac{6}{7}AN</math></p>	0,25
	<p><math>\Rightarrow K(\frac{36}{7}; \frac{58}{7})</math> và <math>A(4; 6)</math></p>	0,25

	$\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AN} \Rightarrow B(0; -2)$ $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow D(-4; 10)$ <p>Đáp số : <math>A(4; 6), B(0; -2), D(-4; 10)</math></p>										
<b>9</b> (1,0đ)	<p>Tìm tham số <math>m</math> để hệ phương trình sau có nghiệm thực</p> $\begin{cases} x^2 - xy - 2x + y + 1 = \sqrt{y+1} - \sqrt{x} \\ \sqrt{2x^2 - my} = y + 1 + \sqrt{x-1} \end{cases}$	<b>1,00</b>									
	<p>*Điều kiện: <math>\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq -1 \\ 2x^2 - my \geq 0 \end{cases}</math></p> <p>*Biến đổi PT(1) tương đương với <math>(x - y - 1)(x - 1 + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y+1}}) = 0</math> (1)'</p> <p>Vì <math>x \geq 1; y \geq -1</math> nên <math>x - 1 + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y+1}} &gt; 0</math> do đó</p> <p>(1)' <math>\Leftrightarrow x - y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = x - 1</math> thay vào PT(2) ta được</p>	0,25									
	$\sqrt{2x^2 - mx + m} = x + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow \sqrt{2(x-1)^2 + 2 + 4(x-1) - m(x-1)} = x - 1 + 1 + \sqrt{x-1}$ <p>, do <math>x=1</math> không là nghiệm nên chia 2 vế cho <math>\sqrt{x-1}</math> ta được</p> $\sqrt{2(x-1 + \frac{1}{x-1} + 2) - m} = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} + 1$	0,25									
	<p>*Đặt <math>t = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}, t &gt; 0 \Rightarrow x - 1 + \frac{1}{x-1} = t^2 - 2</math> PT trên trở thành</p> $\sqrt{2t^2 - m} = t + 1 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 1 = m$ (*) <p>Nhận xét: +) với <math>x \geq 1 \Rightarrow t \in [2; +\infty)</math> +) hệ pt đã cho có nghiệm <math>(x; y)</math> khi và chỉ khi pt(*) có nghiệm <math>t \in [2; +\infty)</math></p>	0,25									
	<p>*Xét hàm số <math>g(t) = t^2 - 2t - 1</math> với <math>t \in [2; +\infty)</math></p> $g'(t) = 2t - 2 > 0, \forall t \in [2; +\infty)$ <p>Bảng biến thiên</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>g'(t)</math></td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>g(t)</math></td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> </table> <p>*Từ bảng biến thiên suy ra các giá trị <math>m</math> cần tìm là <math>m \geq -1</math>.</p>	$x$	2	$+\infty$	$g'(t)$	+		$g(t)$	-1	$+\infty$	0,25
$x$	2	$+\infty$									
$g'(t)$	+										
$g(t)$	-1	$+\infty$									
<b>10</b> (1,0đ)	<p>Các số <math>a, b, c</math> dương thay đổi, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:</p> $F = \frac{1}{3a + 4b + 4\sqrt{ac}} + \frac{1}{3a + 2b + 6\sqrt[3]{abc}} - \frac{1}{\sqrt{7(a+b+c)}}$	<b>1,00</b>									
	<p>*Áp dụng bất đẳng thức Cô si :</p> $2 \cdot \sqrt{a \cdot (4c)} \leq a + 4c$ $3 \cdot \sqrt[3]{a \cdot (2b) \cdot (4c)} \leq a + 2b + 4c$	0,25									

$\Rightarrow F \geq \frac{1}{2(a+b+c)} - \frac{1}{\sqrt{7(a+b+c)}}$	0,25
<p>*Đặt <math>t = \sqrt{7(a+b+c)}, t &gt; 0 \Rightarrow F \geq \frac{7}{2t^2} - \frac{1}{t} = g(t)</math></p> <p>*Ta có <math>g'(t) = \frac{t-7}{t^3}, g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 7</math></p>	0,25
<p>*Lập bảng biến thiên suy ra <math>g(t) \geq g(7) = -\frac{1}{14} \Rightarrow F \geq -\frac{1}{14}</math></p> <p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi <math>\begin{cases} a = 2b = 4c \\ \sqrt{7(a+b+c)} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases}</math></p> <p>Vậy <math>\min F = -\frac{1}{14}</math></p>	0,25

Cảm ơn thầy Phạm Đức Duẩn ([phamducduan1976@gmail.com](mailto:phamducduan1976@gmail.com)) chia sẻ đến [www.laisac.page.tl](http://www.laisac.page.tl)